

(Méthode du potentiel de référence)
CORRECTION EXAMEN DE RATTRAPAGE DU 2^{ème} SEMESTRE
EPREUVE D'ELECTRICITE

/50

1°) Régime stationnaire (/35)

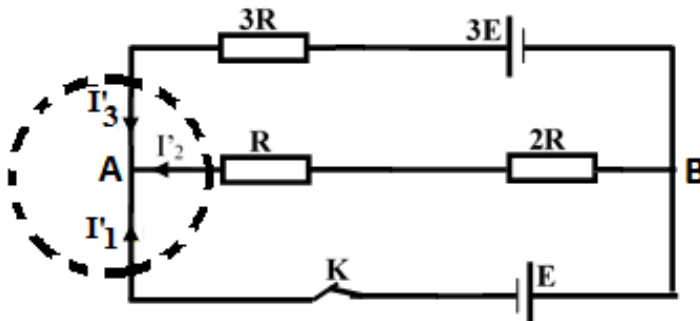
a/ Le condensateur est entièrement chargé (la charge du condensateur est maximale), (2pts)

Sa charge est constante et aucun courant ne circule dans cette branche : $q = cst$

$$\Rightarrow I_c = \frac{dq}{dt} = 0 \text{ (2pts),}$$

Ce qui permet de supprimer (d'enlever) la branche contenant le condensateur

b/ schéma du nouveau circuit (S') obtenu (2pts)



c/ Calcul des courants (I'_1, I'_2, I'_3) :

- Sens des courants **arrivants** vers A, voir figure (2pts)
- **Loi du nœud** en A : $I'_1 + I'_2 + I'_3 = 0$ (2pts)
- Différence de potentiel pour chaque branche (**Loi d'Ohm**)
 - (A, 3R, 3E, B) : $V_A - V_B = -3RI'_3 + 3E$ (3pts)
 - (A, R, 2R, B) : $V_A - V_B = -3RI'_2$ (3pts)
 - (A, E, B) : $V_A - V_B = -E$ (3pts)

B relié à la masse ($\overset{B}{\parallel} \text{E}$) $\rightarrow V_B = 0$ (1pt) **potentiel de référence**

(**Loi d'Ohm**) :

$$(A, 3R, 3E, B): V_A = -3RI'_3 + 3E \Rightarrow I'_3 = \frac{3E - V_A}{3R} \text{ (3pts)}$$

$$(A, R, 2R, B): V_A = -3RI'_2 \Rightarrow I'_2 = -\frac{V_A}{3R} \text{ (3pts)}$$

$$(A, E, B): V_A = -E \text{ (3pts)}$$

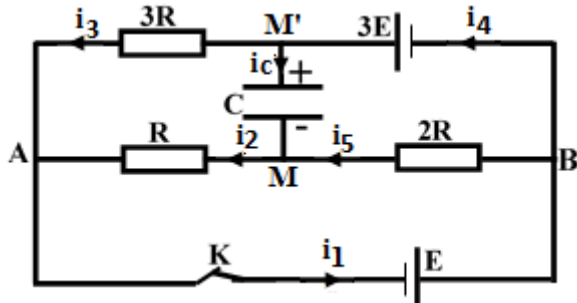
- Expressions des courants :

$$I'_2 = \frac{E}{3R} \text{ (2pts)}$$

$$I'_3 = \frac{4E}{3R} \text{ (2pts)}$$

$$I_1' = -(I_2' + I_3') = -\frac{5E}{3R} \quad (2\text{pts}) \text{ (loi du nœud en A, question c)}$$

2°) Régime variable (le condensateur est maintenu dans la branche), on détermine le courant i_c traversant le condensateur par la méthode de Millman (/15)



a/ Loi du nœud en A : $i_3 + i_2 = i_1$ (0,5pt)

Loi du nœud en B : $i_1 = i_5 + i_4$ (0,5pt)

b/ Différence de potentiel : (Loi d'Ohm)

- (A, 3R, M') : $V_A - V_{M'} = -3Ri_3$ (0,5pt)

- (A, R, M) : $V_A - V_M = -Ri_2$ (0,5pt)

- (A, E, B) : $V_A - V_B = -E$ (0,5pt)

- (B, 3E, M') : $V_B - V_{M'} = -3E$ (0,5pt)

- (B, 2R, M) : $V_B - V_M = 2Ri_5$ (0,5pt)

C°) M relié à la masse (\overline{M}) $\rightarrow V_M = 0$ potentiel de référence (0,5pt)

(Loi d'Ohm)

$$V_{M'} = \frac{q}{C} \quad (0,5\text{pt})$$

(A, 3R, M') $V_A - \frac{q}{C} = -3Ri_3$ (1) (0,5pt)

(A, R, M) $V_A = -Ri_2$ (2) (0,5pt)

(A, E, B) $V_A - V_B = -E$ (3) (0,5pt)

(B, 3E, M') $V_B - \frac{q}{C} = -3E$ (4) (0,5pt)

(B, 2R, M) $V_B = 2Ri_5$ (5) (0,5pt)

Loi du nœud en M : $i_2 = i_c + i_5$

$$\Rightarrow i_c = i_2 - i_5$$

$$(2) \Rightarrow i_2 = -\frac{V_A}{R}$$

$$(5) \Rightarrow i_5 = \frac{V_B}{2R}$$

$$i_c = -\frac{V_A}{R} - \frac{V_B}{2R}$$

$$(3) V_A = V_B - E$$

$$i_c = -\frac{V_B - E}{R} - \frac{V_B}{2R} = \frac{-2V_B + 2E - V_B}{2R}$$

$$i_c = -\frac{3}{2R}V_B + \frac{E}{R} = -\frac{3}{2R}\left(-3E + \frac{q}{C}\right) + \frac{E}{R} \quad (2pts)$$
$$= -\frac{3}{2RC}q + \frac{11E}{2R}$$

d/ l'expression du **courant de charge I_c** , du condensateur (1pt)

$$i_c = \frac{dq(t)}{dt}$$

e/ l'équation différentielle relative à la charge du condensateur **$q(t)$** (1pt)

$$i_c = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{11E}{2R} - \frac{3q(t)}{2RC}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{3q(t)}{2RC} = \frac{11E}{2R}$$

f/ l'expression de la charge **$q(t)$** , (2pts)

$$q = q_1 + q_2$$

$$q_1 \text{ solution de l'équation sans second membre : } \frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{3q_1(t)}{2RC} = 0$$

$$q_1(t) = Ae^{-\frac{3}{2RC}t}$$

$q_2 = \text{cste}$ **solution particulière** : $\frac{3q_2}{2RC} = \frac{11E}{2R}$ c'est à dire, à t tendant vers l'infini (Condition à la limite de temps)

$$q_2 = \frac{11}{3}EC$$

$$q(t) = Ae^{-\frac{3}{2RC}t} + \frac{11}{3}EC$$

$$\text{à } t = 0, q = 0 \Rightarrow A = -\frac{11}{3}EC$$

$$q(t) = \frac{11}{3}EC(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

g/ la constante de **temps τ** et son unité. **(1pt)**

$$\tau = \frac{2RC}{3}, \quad \tau(\text{seconde}, s)$$

h/ l'**énergie w** maximale emmagasinée dans le condensateur **(1pt)**

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$$

q est maximale lorsque t tend vers l'infini : $q_m = \frac{11}{3}EC$

$$w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{121 \cdot E^2 C^2}{9C} = \frac{121}{18} C \cdot E^2$$

Professeur Grégoire SISSOKO (www.solmatmodelling.sn)