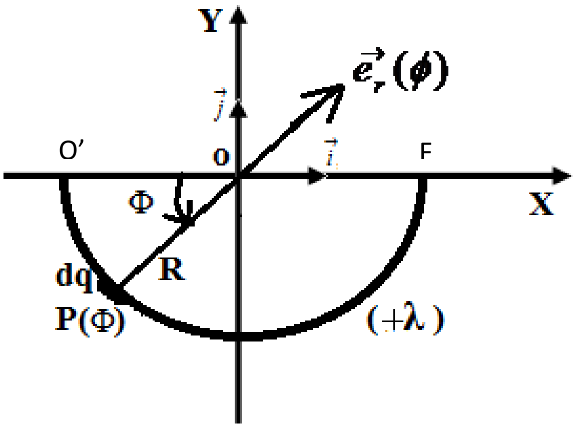
Correction de l'examen du 1er Semestre Rattrapage/2016

L1PCSM

Exercise 1 /(25)

1°/



1.1) $\vec{e}_r\,(\emptyset,\vec{\imath},\vec{\jmath}) = \vec{\imath}\cos\emptyset + \vec{\jmath}\sin\emptyset$ **(2pts)**

1.2) $d\vec{E}_\lambda(0) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{Po^2}\frac{\vec{Po}}{Po}$

$dq = \lambda dl$; $\frac{\vec{Po}}{Po} = \vec{e}_r\,(\emptyset,\vec{\imath},\vec{\jmath})$; PO = R

$d\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\vec{e}_r(\emptyset)$; $dl = Rd\emptyset$

$$d\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{e}_r(\emptyset)d\emptyset$$

$d\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\vec{\imath}\cos\emptyset + \vec{\jmath}\sin\emptyset)d\emptyset$ **(2pts)**

1.3) Le point P peut occuper toutes les positions sur le demi-cercle. Ainsi :

En O', $\emptyset = 0$ et en F, $\emptyset = \pi$

$\phi_{max} = \pi$ **(1pt)** et $\phi_{min} = 0$ **(1pt)**

$$\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi}(\vec{\imath}\cos\emptyset + \vec{\jmath}\sin\emptyset)\,d\emptyset$$

$\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\{\vec{\imath}[sin\phi]_0^{\pi} - \vec{\jmath}[cos\phi]_0^{\pi}\}$

$\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(2\vec{\jmath})$

$\vec{E}_\lambda(0) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath}$ **(2pts)**

2°/

2.1 $\vec{E}_{-\lambda}(0) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath}$ **(2pts)**

2.2 $\vec{E}(0) = \vec{E}_\lambda(0) + \vec{E}_{-\lambda}(0)$

$\vec{E}(0) = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath}$ **(2pts)**

3°/

3.1 $\vec{p} = q.\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} = ABcos\theta\vec{\imath} + ABsin\theta\vec{\jmath}$

$\vec{p} = q.a(\,cos\theta\vec{\imath} + sin\theta\vec{\jmath}\,)$ **(2pt)**

3.1.2 $W(\theta) = -\vec{p}.\vec{E}\,(0)$

$W(\theta) = -q.a(cos\theta\vec{\imath} + sin\theta\vec{\jmath}).(\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath})$

$W(\theta) = -\frac{\lambda.qasin\theta}{\pi\varepsilon_0 R}$ **(2pts)**

3.2.1) $\frac{\partial W(0)}{\partial\theta} = 0$ **(1pt)**

3.2.2) $\frac{qa\lambda cos\theta}{\pi\varepsilon_0 R} = 0 \Rightarrow cos\theta = 0$

$\Leftrightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2}$ **(1pt)**

ou $\theta = -\frac{\pi}{2}$ **(1pt)**

3.2.3) $\theta = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = qa\vec{\jmath}$, Equilibre stable ($\vec{P}$ et $\vec{E}(0)$ colinéaires de même sens **(2pt)**

Si $\theta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \quad \vec{P} = -qa\vec{\jmath}$, Equilibre instable ($\vec{P}$ et $\vec{E}(0)$ colinéaires de sens contraire) **(2pt)**

4°/

4.1) $\vec{E}(0) = \vec{E}_{-\lambda_{(y)}}(0) + \vec{E}_{-\lambda_{(-y)}}(0)$

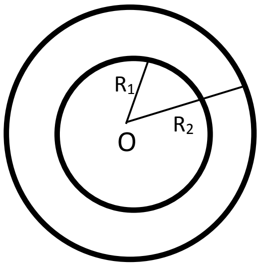
$\vec{E}_{-\lambda_{(y)}}(0) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath}$ et $\vec{E}_{-\lambda_{(-y)}}(0) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{\jmath}$

$\Rightarrow \quad \vec{E}(0) = 0$ **(1pt)**

4.2) $W = -\vec{p}.\vec{E}(0) = 0$ **(1pt)**

Exercice 2 /(25)

1°) Représenter la sphère **(1pt)**



2°) Que signifie « isolante » ? **Une sphère pour laquelle les charges sont fixes (1pt)**

3°) $\rho = \frac{Q}{V_{chargé}} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)} = \frac{3Q}{4\pi(R_2^3 - R_1^3)}$ **(1pt)**

4°) $Q_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(r^3 - R_1^3) = Q\frac{r^3 - R_1^3}{(R_2^3 - R_1^3)}$ **(1pt)**

5°) $\boldsymbol{E.S_G} = \frac{\sum \boldsymbol{Qint_{SG}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

a/ E module du champ électrostatique, (1pt)

S_G Surface de Gauss, (1pt)

$\sum Qint_{SG}$ Somme des charges à l'intérieur de la surface de Gauss (1pt)

b/ $V(r) = -\int E(r).dr + constante$ **(1pt)**

6°)

r	0	R_1	R_2
S_G, Surface de Gauss	$4\pi r^2$ **(1pt)**	$4\pi r^2$ **(1pt)**	$4\pi r^2$ **(1pt)**
$\Sigma\ Qint_{SG}$, intérieure à S_G	0 **(1pt)**	$Q_1 = Q\frac{r^3 - R_1^3}{(R_2^3 - R_1^3)}$ **(1pt)**	Q **(1pt)**
Champ électrostatique	**$E_1(r) = 0$** **(1pt)**	$E_2(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r - \frac{R_1^3}{r^2}}{(R_2^3 - R_1^3)}$ **(1pt)**	$E_3(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ **(1pt)**
Potentiel électrostatique	**$V_1(r) = K_1$** **(1pt)**	$V_2(r) = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{r^2}{2} + \frac{R_1^3}{r}}{(R_2^3 - R_1^3)} + K_2$ **(1pt)**	$V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_3$ **(1pt)**

7°) Pour calculer la constante $\mathbf{K_3}$, on utilisera l'approximation du potentiel coulombien

$V_3(\infty) = 0 \Rightarrow K_3 = 0$ **(1pt)**

8°) Pour calculer les constantes $\mathbf{K_1}$ **et** $\mathbf{K_2}$, on écrira la continuité du potentiel électrostatique en **r = R₁** c'est à dire **V₁(R₁) = V₂(R₁) et en r = R₂** c'est à dire **V₂(R₂) = V₃(R₂)**

$$K_2 = \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{R_2^2}{(R_2^3 - R_1^3)} \quad \text{et} \quad K_1 = \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{R_2^2 - R_1^2}{(R_2^3 - R_1^3)}$$ **(2pts)**

9°) Allure des courbes de **E(r)** et **V(r)** **(2pts)**